UNIVERSITÉ ALIOUNE DIOP DE BAMBEY
UFR SATIC
DEPT. DE PHYSIQUE

MECANIQUE QUANTIQUE

Prof. Senghane MBODJI, Docteur Bertrand Tchanche, Docteur Serigne Ndiangue LEYE

SERIE N°1 NIVEAU : L2 ANNEE 2022-2023

Exercice 1 : la vitesse c de la célérité de la lumière est-elle considérée comme un phénomène quantique ou classique ? Expliquez.

Exercice 2 :

On considère une particule relativiste d'énergie E, de masse m, de quantité de mouvement p.

Montrer que m s'écrit : $m = m_0 \Big/ \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$. c est la vitesse de la lumière. On considèrera $E_0 = m_0c^2$ comme étant l'énergie au repos de la particule, m_0 est la masse de la particule au repos.

Exercice 3 *: TPE-*

On considère les deux expressions des densités spectrales d'énergie des corps noirs suivantes :

- $u_1(\nu,T) = \frac{8\pi kT}{c^3}\cdot\nu^2$;
- $u_2(\nu,T) = \frac{8h\pi\nu^3}{c^3\cdot\left(\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1\right)}$.

1. *Calculer les limites lorsque $\nu \to 0$ et $\nu \to +\infty$ de u_1 et u_2.*
2. *Laquelle de ces expressions correspond-elle à celle proposée par Max Planck. On notera $u(\nu,T)$ cette densité spectrale d'énergie. Justifier en rappelant l'allure de la densité spectrale d'énergie expérimentale.*
3. *Calculer $u(\lambda,T)$ sachant que $u(\nu,T)d\nu = u(\lambda,T)d\lambda$.*
4. *Déterminer la loi de déplacement de Wien sachant que*

$1-\frac{1}{5}\cdot X = \exp(-X)$ *lorsque* $X = 4{,}965$

T est la température du corps noir, k est la constante de Boltzmann, c est la vitesse de lumière dans le vide et ν est la fréquence.

Exercice 4 : L'effet Compton et l'effet photoélectrique sont deux expériences qui ont joué des rôles majeurs dans la validation du caractère corpusculaire du rayonnement postulé par Einstein en 1905 par la mise en évidence de l'énergie et de l'impulsion du photon.

1. Rappeler l'hypothèse postulé par Einstein en 1905 ;
2. Préciser la grandeur mise en évidence par chaque expérience. Expliquer.

Exercice 5 : Un faisceau laser hélium-néon a une puissance de 2mW. La fréquence du rayonnement laser est $\nu = 4{,}76\cdot10^{14}\,Hz$

Déterminer la longueur d'onde laser et le nombre de photons émis sous forme de faisceau laser par unité de temps.

Exercice 6: On éclaire une plaque de zinc de travail d'extraction Ws égal à 3,4eV·
On considère deux photons d'énergies E égales à 6eV et 3,4eV et un troisième photon d'énergie E<3,4eV. Quels ont les photons qui produisent l'effet photoélectrique.

Exercice 7 : On considère l'expérience de l'effet photoélectrique. On éclaire la photocathode par une lumière monochromatique de fréquence ν et de longueur d'onde λ . La photocathode est caractérisée par la fréquence seuil, ν_s et la longueur d'onde seuil, λ_s

1. Déterminer, si l'effet photoélectrique est observé, l'énergie cinétique maximale (Ec_{max}) des photoélectrons émis.

2. Soit ($-U_0$) la valeur de la tension qui annule le courant électrique.
Déterminer U_0 en fonction de e, h, ν et de ν_s . Quelle est la nature de la fonction $U_0(\nu)$? On montrera qu'elle s'écrit : $U_0(\nu) = a\nu + b$.
Lors d'une étude expérimentale sur l'effet photoélectrique, on a mesuré pour un métal le potentiel d'arrêt U_0 correspondant à quelques longueurs d'onde. Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau ci- dessous.

λ(nm)	405	436	467	515	546	577	589	615
U_0(V)	1,19	0,97	0,78	0,535	0,4	0,245	0,23	0,145

3. Compléter le tableau en déterminant la fréquence ν associée à chaque longueur d'onde. $c = 3.10^8 m/s$
Tracer la courbe $U_0 = f(\nu)$. Choisir une bonne échelle et considérer le maximum de points où devra passer la droite.

4. Déduire de la courbe expérimentale :

4.a. la constante de Planck h. En déduire la précision des mesures si on sait que la valeur exacte de h = 6, 6261.10-34Js ; e =$1,6.10^{-19}$C.

4.b. la longueur d'onde seuil ν_s de la photocathode utilisée.

Exercice 9 : L'effet Compton se produit-il par perte ou gain d'énergie du photon incident ? Expliquer.
Comment évolue le décalage Compton $\Delta\lambda=\lambda'-\lambda$ quand l'angle de diffusion augmente ; λ' est la longueur d'onde du photon diffusé, λ est la longueur d'onde du photon incident? Expliquer.

Exercice 10 : Le dispositif expérimental simplifié d'étude de l'effet Compton est schématisé sur la **figure 1**. Un faisceau monochromatique de rayon X tombe sur un cristal diffuseur. Les ondes diffusées sont observées à l'aide d'un spectromètre à cristal. Pour la raie de longueur d'onde **λ= 71,2pm** du molybdène, on obtient le spectre de raies indiquée sur la **figure 2**.

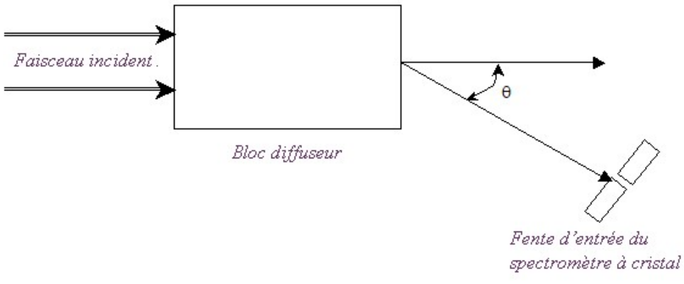


Figure 1.

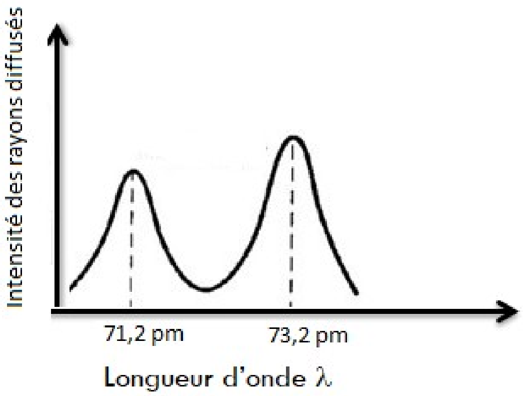


Figure 2.

1. Les photons entrant dans le spectromètre ont-ils la même couleur que les photons incidents ?
2. Déduire du graphe les valeurs λ de la longueur d'onde incidente et λ' de la longueur d'onde diffusée.
3. Les ondes diffusées contiennent-elles en partie, des photons de même énergie que les photons incidents ? Justifier.
4. Comparer les énergies **E** et **E'** respectivement des photons incidents et diffusés.
5. Quel effet met-on en évidence ? En déduire sa définition.
6. En exploitant les données de la **figure 2**, déterminer la valeur de l'angle θ de diffusion (exprimée en degré).

Donnée : ***Longueur d'Onde de Compton pour l'électron : λ_c=2,43pm.***

Exercice 11:

On donne les couples de valeurs suivants : a) $E = \frac{p^2}{2m}$ et $k = \frac{2\pi}{\lambda}$;

b) $E = \hbar\omega$ et $p = \hbar k$; c) $E = mc^2$ et $p = mV$.

La longueur d'onde de Broglie découle de quel couple de valeurs?

Solution de la Série n°1

Exercice 1

La vitesse c de la célérité de la lumière est-elle considérée comme un phénomène quantique ou classique ? Expliquez

La vitesse c de la célérité de la lumière dans le vide est un phénomène quantique car elle est une vitesse absolue ce qui est contraire à la conception de la physique classique pour laquelle il n'existe pas de vitesse absolue.

Exercice 2

Montrer que m s'écrit : $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$ **;** $E_0 = m_0 c^2$

On sait que si une particule est relativiste, son énergie s'écrit : $E^2 = p^2c^2 + E_0^2 = \left(mc^2\right)^2$; $p = mv$, sa quantité de mouvement et $E_0 = m_0c^2$, son énergie au repos.

On a : $(mv)^2 c^2 + \left(m_0c^2\right)^2 = m^2\left(c^2\right)^2$

On simplifie : $(mv)^2 + \left(m_0\right)^2 c^2 = m^2c^2 \quad \Rightarrow m^2\left(c^2 - v^2\right) = m_0^2 c^2$

$$\Rightarrow m^2 = \frac{m_0^2c^2}{c^2 - v^2} = \frac{m_0^2}{\frac{1}{c^2}\left(c^2 - v^2\right)} = \frac{m_0^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad \Rightarrow m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Exercice 3 : TPE

1. Calcul des limites lorsque $\nu \to 0$ et $\nu \to +\infty$ de u_1 et u_2

$$\lim_{\nu\to 0} u_1(\nu, T) = \lim_{\nu\to 0}\left(\frac{8\pi kT}{c^3}\right)\cdot \nu^2 = \frac{8\pi kT}{c^3}\lim_{\nu\to 0}\nu^2 = 0$$

$$\lim_{\nu\to +\infty} u_1(\nu, T) = \lim_{\nu\to +\infty}\left(\frac{8\pi kT}{c^3}\right)\cdot \nu^2 = \frac{8\pi kT}{c^3}\lim_{\nu\to +\infty}\nu^2 = +\infty$$

$$\lim_{\nu\to 0} u_2(\nu, T) = \lim_{\nu\to 0}\left(\frac{8\pi h\nu^3}{c^3\left(\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1\right)}\right)$$

Nous savons que DL $\exp\left(\dfrac{h\nu}{kT}\right)_0 = 1 + \dfrac{h\nu}{kT}$

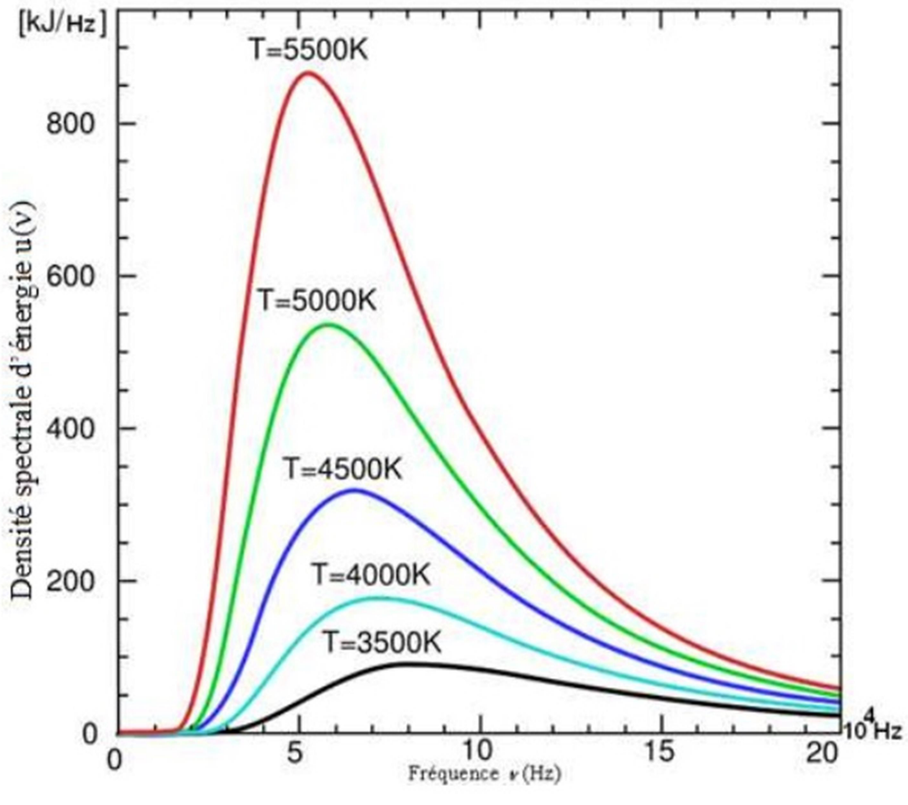
$$\lim_{\nu\to 0} u_2(\nu,T) = \lim_{\nu\to 0}\left(\frac{8\pi h\nu^3}{c^3\left(1+\frac{h\nu}{kT}-1\right)}\right) = \lim_{\nu\to 0}\left(\frac{8\pi kT\nu^2}{c^3}\right) = 0$$

$\lim\limits_{\nu\to+\infty} u_2(\nu,T) = \lim\limits_{\nu\to+\infty}\left(\frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\right)$ car $\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)$ est très grand devant 1

$\lim\limits_{\nu\to+\infty} u_2(\nu,T) = \lim\limits_{\nu\to+\infty}\left(\frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\right) = \lim\limits_{\nu\to+\infty}\left(\frac{8\pi h}{c^3}\exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\right) = 0$; quand on applique les croissances comparées.

2. Laquelle de ces expressions correspond-elle à celle proposée par Max Planck. On notera $u(\nu,T)$ cette densité spectrale d'énergie. Justifier en rappelant l'allure de la densité spectrale d'énergie expérimentale

L'expression de la densité spectrale d'énergie correspondant à celle proposée par Max Planck est u_2 car $\lim\limits_{\nu\to 0} u_2(\nu,T) = \lim\limits_{\nu\to+\infty} u_2(\nu,T) = 0$ et $u_2 > 0$ comme le montre la courbe Expérimentale ci-dessous :



3. Calculer $u(\lambda,T)$ sachant que $u(\nu,T)d\nu = u(\lambda,T)d\lambda$

$u(\lambda,T)=\left|\frac{d\nu}{d\lambda}\right|\cdot u(\nu,T)$; avec $\nu=\frac{c}{\lambda}$

$$\left|\frac{d\nu}{d\lambda}\right|=\frac{c}{\lambda^2}$$

$$u(\lambda,T)=\frac{c}{\lambda^2}\cdot\frac{8\pi h\left(\frac{c}{\lambda}\right)^3}{c^3\left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)-1\right)} \quad \Rightarrow u(\lambda,T)=\frac{8\pi hc}{\lambda^5\left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)-1\right)}$$

4. Déterminer la loi de déplacement de Wien

$u(\lambda,T)$ présente un maximum, donc $\frac{du(\lambda,T)}{d\lambda}=0 \quad \Rightarrow \frac{d}{d\lambda}\left[\frac{8\pi hc}{\lambda^5\left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)-1\right)}\right]=0$

$$\Rightarrow -\frac{d}{d\lambda}\left[\lambda^5\left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)-1\right)\right]8\pi hc=0$$

$$\Rightarrow 5\lambda^4\left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)-1\right)+\lambda^5\left(-\frac{hc}{kT}\cdot\frac{1}{\lambda^2}\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)\right)=0$$

$$\Rightarrow 5\left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)-1\right)-\frac{hc}{kT}\cdot\frac{1}{\lambda}\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)=0 \quad \Rightarrow 5\left(1-\exp\left(-\frac{hc}{\lambda kT}\right)\right)-\frac{hc}{\lambda kT}=0$$

$$\Rightarrow 1-\frac{1}{5}\frac{hc}{\lambda kT}=\exp\left(-\frac{hc}{\lambda kT}\right)$$

$X=\frac{hc}{\lambda kT} \quad \Rightarrow 1-\frac{1}{5}X=\exp(-X)$ a pour solution $X=4,965$

Donc $X=\frac{hc}{\lambda_0 kT}=4,965 \quad \Rightarrow \lambda_0=\frac{h\cdot c}{4,965\cdot k\cdot T}=\frac{2,89\cdot 10^{-3}}{T} \qquad \Rightarrow \lambda_0=\frac{2,89\cdot 10^{-3}}{T}$

<u>Exercice 4</u>

1. Rappeler l'hypothèse postulé par Einstein en 1905

Einstein postule en 1905 que la lumière admet des propriétés corpusculaires et est donc constituée de corpuscules matérielles de masse nulle, appelées plus tard photon en 1926 par Lewis, caractérisées par une énergie et d'une impulsion (quantité de mouvement).

2. Préciser la grandeur mise en évidence par chaque expérience. Expliquer

L'effet photoélectrique a mis en évidence l'énergie du photon, $E = h\nu$ et l'effet Compton mit en exergue la quantité de mouvement, $p = \frac{h}{\lambda}$. ν et λ étant la fréquence et la longueur de la lumière.

Exercice 5

Détermination de la longueur d'onde laser

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^{8}}{4,76 \cdot 10^{14}} = 6,3025 \cdot 10^{-7}\,m \quad \Rightarrow \lambda = 630,25\,nm$$

Détermination du nombre de photons émis (N) sous forme de faisceau laser par unité de temps

$P = \frac{N \cdot h \cdot \nu}{\Delta t}$ or $\Delta t = 1s$

$$\Rightarrow N = \frac{P}{h \cdot \nu} \quad \Rightarrow N = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{6,62 \cdot 10^{-34} \times 4,76 \cdot 10^{14}} = 6,33 \cdot 10^{15}\,photons$$

$$N = 6,33 \cdot 10^{15}\,photons$$

Exercice 6

Quels ont les photons qui produisent l'effet photoélectrique

Pour qu'il y ait effet photoélectrique, il faut que $E \geq W_s$

Donc les photons qui produisent l'effet photoélectrique sont ceux qui ont une énergie $E = 6eV$ et $E = 3,4eV$

Exercice 7

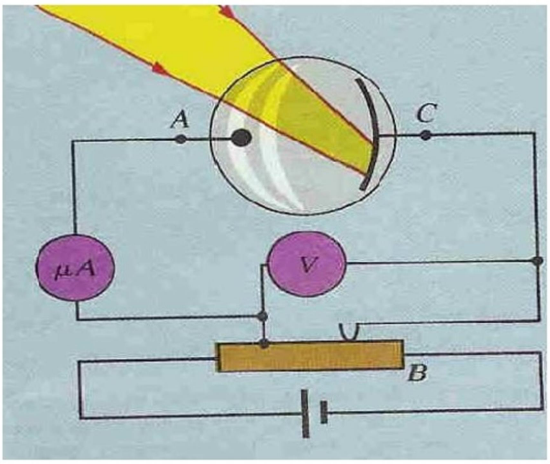
1. Déterminer, si l'effet photoélectrique est observé, l'énergie cinétique maximale $(Ec_{\max})$ des photoélectrons émis

D'après l'équation de la conservation de l'énergie, on a :

$$E = Ec_{\max} + W_s \qquad \Rightarrow Ec_{\max} = E - W_s \qquad \Rightarrow Ec_{\max} = h\nu - h\nu_s$$

$$\Rightarrow Ec_{\max} = h(\nu - \nu_s)$$

2. Déterminer U_0 en fonction de e, h, ν et de ν_s. Quelle est la nature de la fonction $U_0(\nu)$? On montrera qu'elle s'écrit : $U_0(\nu) = a\nu + b$



C : cathode

A : anode

G :galvanomètre

R :résistance

Le galvanomètre μA dévie lorsque la cathode C constituée de métal alcalin est éclairée par la lumière UV ou visible.

Appliquons la variation du théorème de l'énergie cinétique :

$Ec_f - Ec_i = W(\vec{F}_e)$ $\Rightarrow Ec_f - Ec_i = \vec{F}_e \cdot \overrightarrow{CA}$ $\Rightarrow Ec_f - Ec_i = F_e \cdot CA$

$\Rightarrow Ec_f - Ec_i = eE \cdot CA$ or $E \cdot CA = U_{AC}$

$\Rightarrow Ec_f - Ec_i = eU_{AC}$

Au potentiel d'arrêt : $-U_0 = U_{AC}$, $Ec_f = 0$ et $Ec_i = Ec_{max}$

$\Rightarrow -Ec_{max} = -eU_0$ $\Rightarrow U_0 = \frac{Ec_{max}}{e} = \frac{h(\nu - \nu_s)}{e}$ $\Rightarrow U_0 = U_0(\nu) = \frac{h\nu}{e} - \frac{h\nu_s}{e}$

La nature de la fonction est une droite de pente $a = \frac{h}{e}$ et d'ordonnée à l'origine

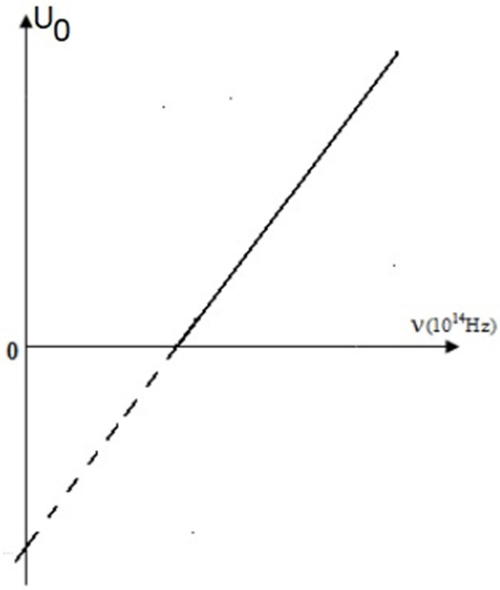
$b = -\frac{h\nu_s}{e}$

3. Complétons le tableau en déterminant la fréquence ν associée à chaque longueur d'onde

$\lambda = \frac{c}{\nu}$ $\Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda}$

$\lambda(nm)$	405	436	467	515	546	577	589	615
$U_0(V)$	1,19	0,97	0,78	0,535	0,4	0,245	0,23	0,145
$\nu(10^{14}\,Hz)$	7,407	6,88	6,42	5,82	5,49	5,19	5,09	4,88

Trace de la courbe $U_0 = f(\nu)$



4. Déduire de la courbe expérimentale :

4.a. La constante de Planck h

On a : $a = \frac{h}{e} = \frac{\Delta U_0}{\Delta \nu} \quad \Rightarrow h = \frac{e \cdot \Delta U_0}{\Delta \nu} \qquad \Rightarrow h = 6,51 \cdot 10^{-34} Js$

$\Rightarrow h_{\text{exp}} = 6,51 \cdot 10^{-34} Js$

En déduire la précision des mesures

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{h - h_{\text{exp}}}{h} \times 100 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} -, 51 \cdot 10^{-34}}{6,62 \cdot 10^{-34}} \times 100 = 1,66\% \qquad \Rightarrow \frac{\Delta h}{h} = 1,66\%$$

4.b. La longueur d'onde seuil ν_s **de la photocathode utilisée**

D'après la figure $\nu_s = 4,49 \cdot 10^{14} Hz$

<u>Exercice 8</u>

L'effet Compton se produit-il par perte ou gain d'énergie du photon incident? Expliquer

La diffusion Compton s'écrit : $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda > 0$; $\lambda' > \lambda$. Or $E = \frac{hc}{\lambda}$ et $E' = \frac{hc}{\lambda'}$, donc $E > E'$. Ce qui correspond à une perte d'énergie du photon incident

Comment évolue le décalage Compton $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ **quand l'angle de diffusion augmente? Expliquer**

Le décalage Compton de la longueur d'onde augmente quand l'angle de diffusion augmente. En effet :

$\Delta\lambda = \lambda_c(1-\cos\theta) = \Delta\lambda(\theta)$; $\lambda_c = \dfrac{h}{m_0 c}$. En dérivant par rapport à θ, on obtient :

$\Delta\lambda' = \lambda_c \sin\theta > 0$ si $\theta \in [0;\pi]$

Exercice 9

1. Les photons entrant dans le spectromètre ont-ils la même couleur que les photons incidents ? Justifier

Les photons entrant dans le spectromètre (photons diffusés) ont la même couleur que les photons incidents. Les photons diffusés sont les rayons X incidents

2. Déduire du graphe les valeurs λ de la longueur d'onde incidente et λ' de la longueur d'onde diffusée

$\lambda = 71{,}2\,pm$ et $\lambda' = 73{,}2\,pm$

3. Les ondes diffusées contiennent-elles en partie, des photons de même énergie que les photons incidents ? Justifier

La réponse est oui car le spectre des ondes diffusés par un cristal comporte deux raies: une raie de longueur d'onde λ correspondant à celle des ondes incidentes et une autre raie de longueur d'onde $\lambda' > \lambda$.

4. Comparer les énergies E et E' respectivement des photons incidents et diffusés

$E = \dfrac{hc}{\lambda}$; $E' = \dfrac{hc}{\lambda'}$. $\lambda' > \lambda \quad E' < E$

5. Quel effet met-on en évidence ? En déduire sa définition

Effet mis en évidence : diffusion Compton

Définition : diffusion d'un photon par un électron au repos avec une perte d'énergie du photon incident.

6. En exploitant les données de la figure 2, déterminer la valeur de l'angle θ de diffusion (exprimée en degré)

$$\Delta\lambda = \lambda_c(1-\cos\theta) \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(1-\frac{\Delta\lambda}{\lambda_c}\right) \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(1-\frac{73{,}2-71{,}2}{2{,}43}\right) = 80^\circ \Rightarrow \theta = 80^\circ$$

Exercice 10

La longueur d'onde de Broglie découle de quel couple de valeurs ?

Il découle du couple b) $E = \hbar\omega$ et $p = \hbar k$

En effet : $p = \hbar k$; $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ et $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow p = \dfrac{h}{2\pi}.\dfrac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow \lambda = \dfrac{h}{p}$