UNIVERSITÉ ALIOUNE DIOP DE BAMBEY
UFR SATIC
DEPT. DE PHYSIQUE

EPREUVE DE MECANIQUE QUANTIQUE
EXAMINATEUR : S. MBODJI

DUREE : 2 heures NIVEAU : L2 DEVOIR N°1 : Dev-2022

DOCUMENTS NON AUTORISES ! TELEPHONES ETEINTS !

N°	*Exercices*	*Pts*
1	*On considère les deux expressions des densités spectrales d'énergie des corps noirs suivantes :* - $u_1(\nu,T)=\frac{8\pi kT}{c^3}\cdot\nu^2$; - $u_2(\nu,T)=\frac{8h\pi\nu^3}{c^3\cdot\left(\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1\right)}$. *1. Calculer les limites lorsque $\nu\to 0$ et $\nu\to+\infty$ de u_1 et u_2.* *2. Laquelle de ces expressions correspond-elle à celle proposée par Max Planck. On notera $u(\nu,T)$ cette densité spectrale d'énergie. Justifier en rappelant l'allure de la densité spectrale d'énergie expérimentale.* *3. Calculer $u(\lambda,T)$ sachant que $u(\nu,T)d\nu=u(\lambda,T)d\lambda$.* *4. Déterminer la loi de déplacement de Wien sachant que* $1-\frac{1}{5}\cdot X=\exp(-X)$ *lorsque* $X=4{,}965$ *T est la température du corps noir, k est la constante de Boltzmann, c est la vitesse de lumière dans le vide et ν est la fréquence.* ***Solution*** 1.1. Calculons les limites de u_1 lorsque $\nu\to 0$ *et* $\nu\to+\infty$ $\lim\limits_{\nu\to 0}u_1(\nu,T)=\lim\limits_{\nu\to 0}\left(\frac{8\pi kT}{c^3}\right)\cdot\nu^2=\frac{8\pi kT}{c^3}\lim\limits_{\nu\to 0}(\nu)=0$ car $\frac{8\pi kT}{c^3}$ est une constante. **(0,5pt)** $\lim\limits_{\nu\to+\infty}u_1(\nu,T)=\lim\limits_{\nu\to+\infty}\left(\frac{8\pi kT}{c^3}\right)\cdot\nu^2=\frac{8\pi kT}{c^3}\lim\limits_{\nu\to+\infty}(\nu)=+\infty$ **(0,5pt)** 1.2 Calculons les limites de u_2 lorsque $\nu\to 0$ *et* $\nu\to+\infty$ *1.2.1* $\lim\limits_{\nu\to 0}u_2(\nu,T)=\lim\limits_{\nu\to 0}\left(\frac{8\pi h\nu^3}{c^3\left(\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1\right)}\right)$ Nous savons que $\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)\underset{0}{=}\left(\frac{h\nu}{kT}\right)+1$ $\lim\limits_{\nu\to 0}\left(\frac{8\pi h\nu^3}{c^3\left(\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1\right)}\right)=\lim\limits_{\nu\to 0}\left(\frac{8\pi h\nu^3}{c^3\left(\frac{h\nu}{kT}+1-1\right)}\right)=\lim\limits_{\nu\to 0}\left(\frac{8\pi kT\nu^2}{c^3}\right)=0$ **(0,5pt)** 1.2.2 $\lim\limits_{\nu\to+\infty}u_2(\nu,T)=\lim\limits_{\nu\to+\infty}\left(\frac{8\pi h\nu^3}{c^3\left(\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1\right)}\right)=\lim\limits_{\nu\to+\infty}\left(8\pi h\nu^3\exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\right)$	*8pts/*

Car $\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)$ est très grand devant 1

$$\lim_{\nu\to+\infty}\left(8\pi h\nu^3\exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\right)=\lim_{\nu\to+\infty}\exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)=0$$ quand on applique les croissances comparées. **(0,5pt)**

2. L'expression de la densité spectrale d'énergie correspondant à celle proposée par Max Planck est u_2 car $\lim_{\nu\to0}u_2(\nu,T)=\lim_{\nu\to+\infty}u_2(\nu,T)=0$ et $u_2>0$ comme le montre la courbe expérimentale (cf.cours). **2pts**
3. Calculons $u(\lambda,T)$ sachant que $u(\nu,T)d\nu=u(\lambda,T)d\lambda$

$$u(\lambda,T)=u(\nu,T)\cdot\left|\frac{d\nu}{d\lambda}\right| \text{ avec } \nu=\frac{c}{\lambda}$$

$$\left|\frac{d\nu}{d\lambda}\right|=\frac{c}{\lambda^2}$$

$$u(\lambda,T)=\frac{8h\pi\left(\frac{c}{\lambda}\right)^3}{c^3\cdot\left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)-1\right)}\cdot\frac{c}{\lambda^2}$$

$$u(\lambda,T)=\frac{8h\pi c}{\lambda^5\cdot\left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)-1\right)}$$ **2pts**

4. Déterminons la loi de déplacement de Wien

$u(\lambda,T)$ présente un maximum, donc $\frac{du(\lambda,T)}{d\lambda}=0\Rightarrow\left(\frac{8h\pi c}{\lambda^5\cdot\left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)-1\right)}\right)'=0$

$$-\left[\lambda^5\cdot\left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)-1\right)\right]'8h\pi c=0\Rightarrow5\cdot\lambda^4\cdot\left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)-1\right)+\lambda^5\left(-\frac{hc}{kT}\cdot\frac{1}{\lambda^2}\cdot\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)\right)=0$$

$$5\cdot\left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)-1\right)-\frac{hc}{\lambda kT}\cdot\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)=0\Rightarrow5\left(1-\exp\left[-\frac{hc}{\lambda kT}\right]\right)-\frac{hc}{\lambda kT}=0$$

$$1-\frac{1}{5}\frac{hc}{\lambda kT}=\exp\left(-\frac{hc}{\lambda kT}\right)$$ **1pt**

Posons $X=\frac{hc}{\lambda kT}\Rightarrow1-\frac{1}{5}X=\exp(-X)$ a pour solution $X=4{,}965$

Donc $X=\frac{hc}{\lambda_0kT}=4{,}965\Rightarrow\lambda_0=\frac{h\cdot c}{4{,}965\cdot k\cdot T}=\frac{2{,}89\cdot10^{-3}}{T}$ **1pt**

2 — *12pts*

On considère l'expérience de l'effet photoélectrique. On éclaire la photocathode par une lumière monochromatique de fréquence ν et de longueur d'onde λ . La photocathode est caractérisée par la fréquence seuil, ν_s et la longueur d'onde seuil, λ_s .

1. *Définir la condition d'observation de l'effet photoélectrique.*
2. *L'effet photoélectrique est-il instantané ?*
3. *Déterminer, si l'effet photoélectrique est observé, l'énergie cinétique maximale (Ec_{max}) des photoélectrons émis.*
4. *Soit ($-U_0$) la valeur de la tension qui annule le courant électrique. Déterminer U_0 en fonction de e, h, ν et de ν_s puis en fonction de c, e, h,*

λ et de λ_s

5. *Lors d'une étude expérimentale sur l'effet photoélectrique, on a mesuré pour un métal le potentiel d'arrêt U_0 correspondant à quelques longueurs d'onde. Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau ci- dessous.*

λ(nm)	405	436	467	515	546	577	589	615
U_0(V)	1,19	0,97	0,78	0,535	0,4	0,245	0,23	0,145

Tracer la courbe $U_0 = f(1/\lambda)$. Choisir une bonne échelle

6. *Déduire de la courbe expérimentale :*

6.a. *la constante de Planck h. En déduire la précision des mesures si on sait que la valeur exacte de h = 6, 6261.10-34Js ; e =1,6.10^{-19}C.*

6.b. *la longueur d'onde seuil λs de la photocathode utilisée.*

Solution :

1. *L'effet photoélectrique est observé si $\nu \geq \nu_S$ ou $\lambda \leq \lambda s$* **(1pts)**
2. *L'effet photoélectrique est instantané et cesse dès qu'on arrête l'éclairement* **(1pts)**
3. *Déterminons dans le cas où l'effet photoélectrique est observé l'énergie cinétique maximale, Ec_{max} des photoélectrons*

$$Ec_{max} = h\nu - h\nu_s = h(\nu - \nu_s)$$

$$Ec_{max} = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_s}\right)$$ **(1pts)**

4. *Déterminons U_0*

$$Ec_f - Ec_i = W\left(\vec{F}\right)$$

Ec_f est l'énergie cinétique finale ;
Ec_i est l'énergie cinétique initiale.

$\vec{F}$ est la force électrique à laquelle est soumise un photoélectron qui se déplace de la cathode (C) à l'anode (A).

$$Ec_f - Ec_i = \vec{F}\cdot\vec{CA} = -e\vec{E}\cdot\vec{CA}$$

$$Ec_f - Ec_i = \vec{F}\cdot\vec{CA} = e\cdot E\cdot CA = e\cdot U_{AC}$$

Si U_{AC}=-U_0, Ec_f=0 car I=0 et Ec_i=Ec_{max} **(1pts)**

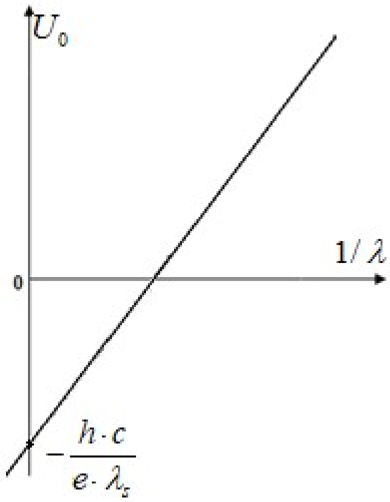
0-Ecmax=-eU_0

$$U_0(\nu) = \frac{Ec_{max}}{e} = \frac{h}{e}(\nu - \nu_s)$$

$U_0(\nu)$ est une droite affine de pente $\left(\frac{h}{e}\right)$ et d'ordonnée à l'origine $\left(-\frac{h\cdot\nu_s}{e}\right)$

$$U_0(\lambda) = \frac{Ec_{max}}{e} = \frac{h\cdot c}{e}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_s}\right)$$ **(2pts)**

U_0 est une droite affine de pente $\left(\frac{h\cdot c}{e}\right)$ ***(0,5pt /bonus)*** *et d'ordonnée à*

	l'origine $\left(-\dfrac{h\cdot c}{e\cdot\lambda_s}\right)$ **(0,5pt/bonus)** **5.** *Traçons U_0 en fonction de λ*  **(2pts)** **6.a.** *U_0 est une droite affine.* *Sa pente :* $a=\dfrac{hc}{e}=\dfrac{\Delta U_0}{\Delta\left(\dfrac{1}{\lambda}\right)}=\dfrac{U_0(A)-U_0(B)}{\left(\dfrac{1}{\lambda}\right)_A-\left(\dfrac{1}{\lambda}\right)_B}$ *En calculant la pente, on tire* $\mathrm{h}=6{,}5067\cdot10^{-34}\,\mathrm{Js}$ **(1pt)** $\dfrac{\Delta h}{h}=1{,}8\%$ **(1pt)** **6.b.** *En tenant compte de l'échelle, on trouve :* $\lambda_s=666{,}7\,\mathrm{nm}$ **(2pts)**	